

統計教育の役割に関する一考察

—文科系学生におけるデータ分布と平均値の理解から—

河内 和直*

本研究は、先の学習指導要領の改訂により、科学教育・理数系教科教育が新たな時代の幕開けを迎える中で、その一端をなす統計教育が何を目的として行われるべきかを考えるべく、文科系学生の統計情報への意識、特にデータ分布と平均値の理解の実態を把握することからその果たすべき役割の提起を試みたものである。その結果、文科系学生のデータ分布や平均値の理解は思いのほか表層的なものであり、その本質を見極めるための素養は多くの学生において未修得であることが示唆された。これらの結果から、統計教育の最初の役割は、「事象の分布」についての概念獲得を促すことであり、現実の事象を正確に見つめる視点を教授することにほかならないとの認識に至った。

Key Words : 統計教育, 統計教育の役割, 科学リテラシー教育

はじめに

「統計教育 (statistical education)」は、先の学習指導要領の改訂 (文部科学省, 2008a ; 2008b ; 2009) を受けて、教科内容の拡充 (小学校算数科) や新領域の導入 (中学校数学科ならびに高等学校数学科・数学 I) といった新たな展開を見せつつある。しかしながら、その一方で統計教育が具体的にどのような方向性を目的として行われるべきかについての教育目標 (到達点) は依然として体系が不透明なままである¹⁾。初等・中等教育課程における数学教育が最終的には微分積分学の基礎を育まんとする姿勢を貫いていること (楠木, 2009) と比較すると、この現状はいささか貧しい感が否めない。本年度 (2010 年度) に入り、統計関連学会連合理事会ならびに同統計教育推進委員会は「統計学分野の教育課程編成上の参照基準」²⁾ を策定し、

* 人間学部

統計教育の普及と体系化を働きかけていく姿勢を前面に出してはいるものの、現段階での参照基準は理念と学習すべき内容の列挙に終始する嫌いが見られ、これまでの指導要領で学んできた学生や元来数理的科目を不得手とする学生への支援やその到達度目標については触れられていない。これは発展途上にある現段階においてはやむを得ないことであり、いずれは時間の流れとともに解決へと向かうものであるかもしれないが、広く統計教育を考えた場合、現状とこれまでの経緯により着眼した視点での教育目標の策定・再確認も必要な作業の一つではないだろうか。言い換えれば、現段階でその必要性にも関わらず、統計を不得手としてしまっている学生への統計教育のあり方を問う中に統計教育の本質を考察していこうとする姿勢も一つのアプローチであると考えられるのである。

統計教育が果たすべき役割とはいったい何であろうか。その知識や技術の教授は何を目指して行われるべきなのであろうか。本研究ではこうした問題意識に基づいて、文科系学生の統計情報への意識、特にデータ分布と平均値の理解の実態から、「統計教育の役割（duty of the statistical education）」への私論を展開していきたい。

方法

対象者

筆者が担当する統計学系の科目を受講している文科系の大学生 58 名（男性 14 名、女性 44 名）、平均年齢 19.2 歳 ($s=0.45$) を対象とした。授業進行との関係は、度数分布³⁾ について学習した直後であり、平均値や中央値、分散などの具体的な記述統計量については学習していない段階の学生を対象としている。

また、対象とした大学生の専攻は主に社会福祉と心理学であるが、彼らの学問系統が「文科系」に属するのか、あるいは彼ら自身にいわゆる「文科系学生」としての認識があるのかという論点についてのエビデンスは、筆者による先の研究においてすでに確認を行っている（cf. 河内, 2008；2009a；2009c）。

調査内容

調査内容は以下に記す (1) ~ (3) の三つの課題からなる。

- (1) 「平均（平均値、平均点）」とは何か（いったい何を表しているのか）についての自由回答課題（各自、思いついたことをいくつ記述してもよい）。なお、本課題における平均値は「算術平均（arithmetic mean）」のことである。
- (2) 提示されたデータ分布（データ分布 A-F の全 6 種）について、平均値を算出することが「適切である」か「適切でない」かを二項選択で判断する課題。用いた分布型はデータ分布 A が正規分布、データ分布 B が分散の大きい正規分布、データ分布 C が分散の小さい正規分布、データ分布 D が正の歪度を有する分布、データ分布 E が一様分布、デー

タ分布 F が双峰分布となっており、いずれのデータ分布も度数 (N) =100, 得点範囲 =0-100 と分布型以外の条件は同一に設定している。

- (3) (2) の課題で、平均値の算出が「適切である」と回答したデータ分布において最も適切であると判断される分布を一つ、「適切でない」と回答したデータ分布において最も適切でないとは判断される分布を一つ、それぞれ選択する課題。

手続き

講義時間の一部を用いて集団法で実施した。対象者には回答用紙 (回答欄つき A4 用紙 1 枚) を配布し、三つの課題はパワーポイント (Microsoft Office PowerPoint 2003, Microsoft Corporation) を用いてスクリーン上での提示を行った。

調査時期

2009 年 5 月 7 日に実施し、回答用紙は即日回収した。回収率・有効回答率はともに 100% である。

結果と考察

自由回答課題の内容分析

最初に、「平均値とは何か」について尋ねた自由回答課題の内容分析を行った。具体的には、自由回答で得られた事項をその記述内容から推定されるカテゴリーごとに整理し、出現頻度・割合を算出した度数分布表を作成した。結果を Table 1 に提示する。

カテゴリーは、平均値の定義や概念について記述ないしは列挙した内容を「平均値の定義的内容」、平均値を中央値の特徴で考えている内容を「中央値の特徴」、平均値を「最頻値」の特徴で考えている内容を「最頻値の特徴」、平均値について代表値すべてにかかる特徴⁴⁾を記述ないしは列挙した内容を「代表値全般の特徴」、先に挙げたいずれにも属さないと考えられる内容を「その他」として、出現頻度・割合の大きい順に整理している (ただし、「その他」は除く)。

結果を概観すると、「平均値の定義的内容」(27.6%) と「中央値の特徴」(27.6%) が同ポイントで上位を占めており、続いて、「代表値全般の特徴」(25.9%), 「その他」(15.5%), 「最頻値の特徴」(3.4%) の順となっていることがわかる。「平均値とは何か」との問いにその定義や算出方法を答えるのは間違いとは言えないものの、いささか理解力に乏しい回答であると判断すると、ここで実質的に有意な情報を提示しているのは「中央値の特徴」と「代表値全般の特徴」を記述した約半数 (計 53.5%) のグループになると考えられる。すなわち、多くの文科系学生は、平均値について「データ分布のちょうど真ん中の値」という認識を持ち、暗黙裡のうちに「分布の正規性」を仮定した判断を行っているということである。また、回答の中に

Table 1 「平均値とは何か」についての自由回答結果

| カテゴリー | <i>n</i> | % | 記述の具体例（実際の意見） |
|-----------|----------|------|--|
| 平均値の定義的内容 | 16 | 27.6 | <ul style="list-style-type: none"> ・ある合計を人数や個数で割る. ・全体の合計を全体の数で割ったもの. ・平均 = 合計 ÷ 数 (ほか類似意見多数) |
| 中央値の特徴 | 16 | 27.6 | <ul style="list-style-type: none"> ・全体の中間の値. ・何かの数値が出た場合の全ての結果の真ん中の数値のこと. (ほか類似意見多数) |
| 代表値全般の特徴 | 15 | 25.9 | <ul style="list-style-type: none"> ・数値をたして、その数で割った値. ・だいたい真ん中の数値. ・最も多い数値. <i>etc</i> |
| 最頻値の特徴 | 2 | 3.4 | <ul style="list-style-type: none"> ・結果の中で多くあらわれた数値. ・他と比べて一番多かった値. |
| その他 | 9 | 15.5 | <ul style="list-style-type: none"> ・全体を一つの言葉でまとめたもの. ・全体のデータのおおまかな結果. ・全体の一つのカテゴリーに対する値. <i>etc</i> |
| 合計 | 58 | 100 | |

は事例的ではあるものの、“ふつう”や“正しい値”といった価値的な見解も含まれており、平均値に関する認識は思いのほか偏りを有している実態を伺うことができる。言うまでもなく、平均値が「ちょうど真ん中」の値となり、「最も度数の多い」値であるためには、分布の正規性という条件をクリアしなければならないのであるが、多くの場合、こうしたデータ分布の全体像を考える視点は現代の文科系学生にあっては少なくとも不足しているようである。

分布型と平均値算出の判断

続いて、分布型と平均値算出の判断について、文科系学生の間にはどのような意見の偏りが見られるかを検討するべく、*Pearson* の適合度の検定を用いて、その度数の偏りを検定した。結果をデータ分布 A-F (Figure 1-6) とともに、Table 2a-2f に提示する。

Table 2a はデータ分布 A、すなわち、正規分布に対する平均値算出の判断、以下、データ分布 B は分散の大きい正規分布、データ分布 C は分散の小さい正規分布、データ分布 D は正の歪度を有する分布、データ分布 E は一様分布、データ分布 F は双峰分布、それぞれについての判断である。

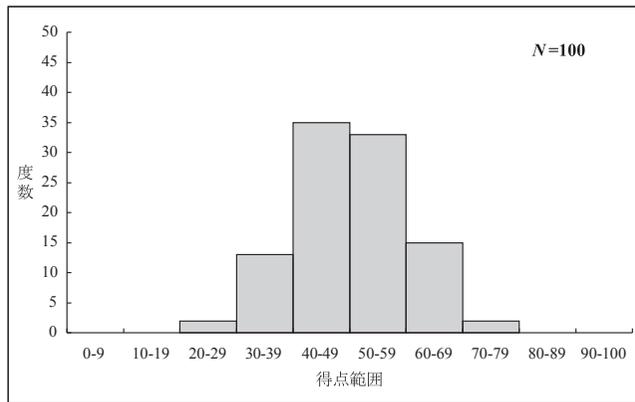


Figure 1 データ分布 A

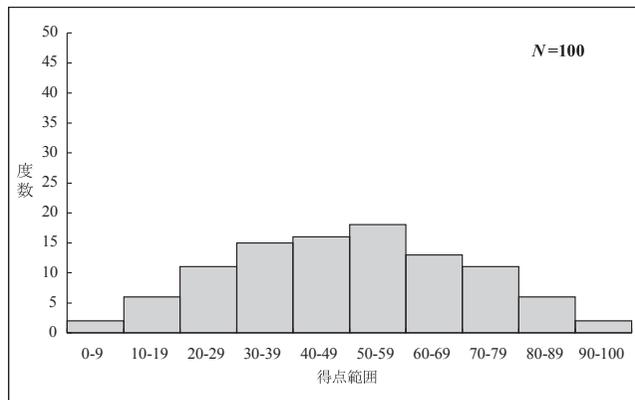


Figure 2 データ分布 B

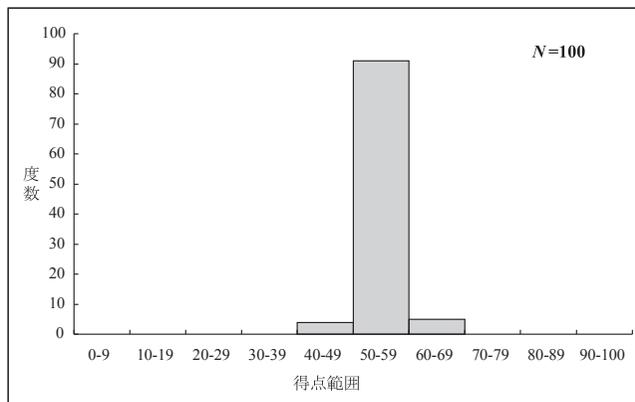


Figure 3 データ分布 C

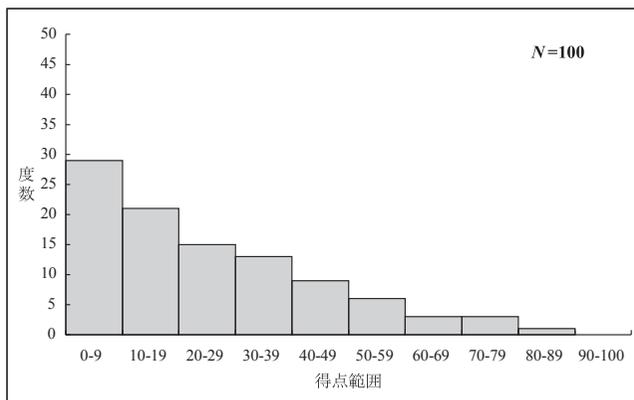


Figure 4 データ分布 D

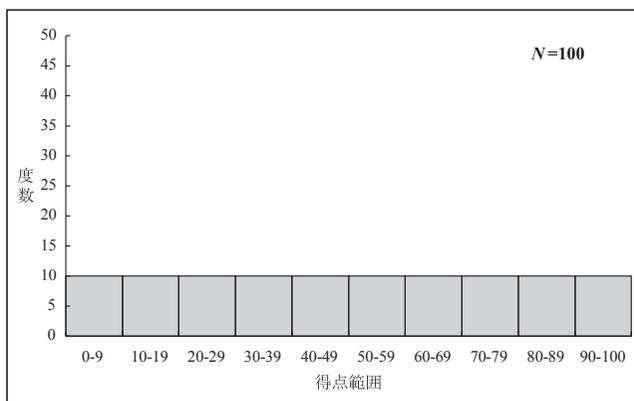


Figure 5 データ分布 E

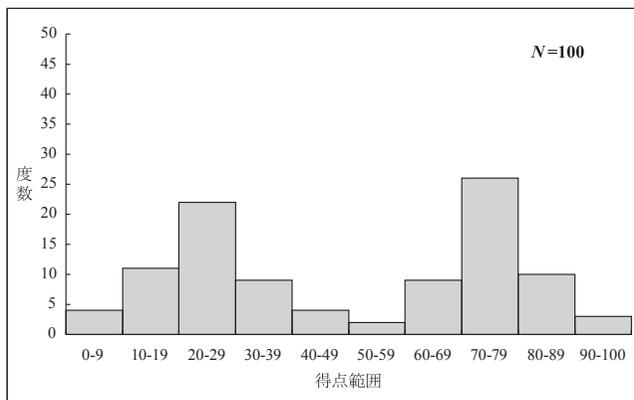


Figure 6 データ分布 F

Table 2a 平均値算出の判断 (分布 A)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 43 | 74.1 |
| 適切でない | 15 | 25.9 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=13.517, P < 0.001$$

Table 2d 平均値算出の判断 (分布 D)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 32 | 55.2 |
| 適切でない | 26 | 44.8 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=0.621, P=0.431 (n.s.)$$

Table 2b 平均値算出の判断 (分布 B)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 41 | 70.7 |
| 適切でない | 17 | 29.3 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=9.931, P=0.002$$

Table 2e 平均値算出の判断 (分布 E)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 8 | 13.8 |
| 適切でない | 50 | 86.2 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=30.414, P < 0.001$$

Table 2c 平均値算出の判断 (分布 C)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 16 | 27.6 |
| 適切でない | 42 | 72.4 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=11.655, P < 0.001$$

Table 2f 平均値算出の判断 (分布 F)

| 判断 | <i>n</i> | % |
|-------|----------|------|
| 適切である | 40 | 69.0 |
| 適切でない | 18 | 31.0 |
| Total | 58 | 100 |

$$\chi^2(1)=8.345, P=0.004$$

結果を概観すると、正規分布（データ分布 A）は平均値算出が「適切である」との方向で意見の偏りが有意（ $P < 0.001$ ）、分散の大きい正規分布（データ分布 B）は平均値算出が「適切である」との方向で意見の偏りが有意（ $P=0.002$ ）、分散の小さい正規分布（データ分布 C）は平均値算出が「適切でない」との方向で意見の偏りが有意（ $P < 0.001$ ）、一様分布（データ分布 E）は平均値算出が「適切でない」との方向で意見の偏りが有意（ $P < 0.001$ ）、双峰分布は平均値算出が「適切である」との方向で意見の偏りが有意（ $P=0.004$ ）となっており、正の歪度を有する分布（データ分布 D）については有意な意見の偏りは示されないものとなっている（ $P=0.431, n.s.$ ）。

正規分布、分散の大きい正規分布、分散の小さい正規分布、一様分布の検定結果については、様々な考え方があっても思われるが、おおむね理解のできる結果であると考えられる。分散はその値が大き過ぎても小さ過ぎても事象の一様性を反映するものとなるが、対象者の判断は提示されたデータ分布の図形（刺激値）にも影響を受けることが考えられるため、上記の分布へのこれ以上の論及は差し控えることとしたい。しかしながら、最後の双峰分布の結果については少々驚きを隠せないのが実情である。一次元上に二つの度数の累積がある場合、その平均値はその累積同士の間地点に位置することとなり、代表値としては全く意味を持たない結果になってしまう。これは学力テストなどで 40 点付近と 80 点付近の両地点に度数の累積がある場

合の平均値（60点前後）を考えれば自明のことであろう。

本結果は、あるいはデータ分布の形に双峰分布のような様相を描く事態を知らないがために生じたものであるかもしれないが、本来的には少々の直感を働かせれば導けないものではないはずである。それとも平均値がちょうど真ん中で何かと何かを分割する基準（例えば、「ふつう」の境界点）であるとの考え方が過ぎたゆえの結果なのであろうか。いずれにせよ、何かと一人歩きしがちな統計情報について体系的で正確な理解の視点を教授していく必要性を感じさせる結果であると言える。

「適切である - 適切でない」判断条件ごとの平均値算出の判断

最後に、平均値算出が「適切である」と回答したデータ分布の中で最も適切であると判断されるものを一つ、平均値算出が「適切でない」と回答したデータ分布の中で最も適切でないとして判断されるものを一つ、それぞれ選択させた結果について度数分布表を作成した。結果をTable 3a-3bに提示する。

Table 3a 平均値算出が最も適切であるデータ分布

| データ分布 | <i>n</i> | % |
|--------------|----------|------|
| A. 正規分布 | 31 | 53.4 |
| B. 正規分布（分散大） | 11 | 19.0 |
| C. 正規分布（分散小） | 2 | 3.4 |
| D. 正歪度の分布 | 6 | 10.3 |
| E. 一様分布 | 1 | 1.7 |
| F. 双峰分布 | 7 | 12.1 |
| Total | 58 | 100 |

Table 3b 平均値算出が最も適切でないデータ分布

| データ分布 | <i>n</i> | % |
|--------------|----------|------|
| A. 正規分布 | 1 | 1.7 |
| B. 正規分布（分散大） | 16 | 27.6 |
| C. 正規分布（分散小） | 5 | 8.6 |
| D. 正歪度の分布 | 28 | 48.3 |
| E. 一様分布 | 6 | 10.3 |
| F. 双峰分布 | 2 | 3.4 |
| Total | 58 | 100 |

結果を概観すると、平均値算出が最も適切であると判断されるデータ分布については、その約半数（53.4%）が正規分布（データ分布 A）に集中しており、先述の結果と矛盾しない様相を呈しているが、最も適切でないとして判断されるデータ分布については印象の異なる結果となっている。本結果は一つには条件ごとの判断の度数分布であるため、先の判断が不明瞭だったがための不確定要素が表面化してしまったことも考えられるが、何よりも平均値の理解をめぐっては、その算出が適切である場合の判断よりも適切でない場合の判断の方が難しいということの示唆とも取れるのではないだろうか。もちろん、これから記述統計量について学ぶ段階であるのだからその判断に誤りがあったとしてもやむを得ないかもしれないが、何より「事象の分布」（つまり、出来事の起こり方・分布概念）についての理解力や洞察力が乏しいことは否めないと考えられる。より高度な内容はともかくとして、平均値の概念自体は初等教育課程の小学校六年次（文部科学省、1998）において学習しているのであり、その後の教育課程や日常生活

活の中で様々な平均概念に触れているはずである。それにも関わらずこうした実態を呈していることは、河内（2009a）においても指摘したように世の中の事象に対する「現実感の欠如」⁵⁾がその背景的要因として作用しているのではないだろうか。統計教育の役割を考える上での最初の鍵はどうやらこの辺りに埋没しているようである。すなわち、統計教育の最初の役割は現実の事象を正確に見つめる視点を教授することにほかならないと考えられるのである。

まとめ

本研究は、新たな時代の幕開けに際した統計教育が何を目的として行われるべきかを考えるべく、文科系学生の統計情報への意識、特にデータ分布と平均値の理解の実態を把握することからその果たすべき役割の提起を試みた。その結果として、文科系学生のデータ分布や平均値の理解は思いのほか表層的なものであり、その本質を見極めるための素養は多くの学生において未修得であることが示唆された⁶⁾。

こうした実態から考えられる統計教育の役割とは、まず何よりも先んじて「事象の分布」についての基本的視点を獲得させることであると思われる。これまでの統計教育は、どちらかといえば度数分布への整理や平均値の算出、あるいは相関係数の算出のようなデータの要約作業にばかり価値が置かれる嫌いがあったのではないだろうか。「統計」の本来の役割を考えればそれは自然な経緯であったかもしれないが、「統計教育」の役割は単なる統計の使い方みの教授に終始するものではないはずである。例えば、データの平均を考えなければならないのは対象とする事象に分散があるがためであり、もしも事象に分散がなければ統計という考え方自体の意味が希薄になってしまうことの教授も統計教育を考える上では大切な視点であろう。すべての事象は一定の分散性を有しながら変動していき、また、その変動の仕方にも一定の分散性がある。統計教育の役割は、こうした変動する事象に対して一定の規則性や変化のパターンを読み解く素養を与えることであり、その最初の一步として事象やその分布といった基礎概念を日常・現実との接点から紐解いていくことが必要なのではないだろうか。統計教育は単なる算数・数学教育でも情報教育でもない。事象の変動を見つめ、そこに科学的・客観的判断を下す体系的な思考の技術を育むための「科学リテラシー教育 (scientific literacy education)」(河内, 2009b)なのである。新しい学習指導要領の下、科学教育・理数系教科教育が新たな岐路に差し掛かりつつある今こそ明確な役割意識を持った教育展開を目指すべきであると考え次第である。

注

¹⁾ 初等・中等教育課程における統計教育の後退的変遷。学習指導要領は昭和26年(1951年)、昭和33年(1958年)、昭和42年(1967年)、昭和52年(1977年)、平成元年(1989年)、平成10年(1998年)と今日までにおおよそ10年間隔で改訂がなされてきているが、その改訂を経る中で統計教育の

領域は徐々に省かれていった経緯がある（cf. 日本統計学会誌，第36巻 シリーズJ 第2号（2007年3月），pp.354-355，あるいは日本統計学会統計教育委員会の Web ページ，<http://www.jss.gr.jp/ja/> より）。例えば，分散概念の初歩的学習とも言うべき「資料のちらばり」は昭和33年の改訂以降，小学校六年次に「平均」とともに教えられてきたが，平成10年の改訂時には削除されてしまっている。ほかにも中学校数学科における「資料の整理」や「標本調査」の単元も同様の扱いを受けている。日本統計学会統計教育委員会をはじめとした関係諸団体等の尽力もあり，この度の学習指導要領の改訂（2008年）で新たな位置づけとともに再び返り咲いた次第ではあるが，その骨子は未だ脆弱であり，確固たる教育哲学は確立していない。

²⁾ 統計関連学会連合の Web ページ，<http://www.jfssa.jp/> より。

³⁾ 「度数分布」の学習に至るまでの流れは，導入としての統計を学ぶ意義のほか，変数（データ）や尺度水準の概念について学んでいる。

⁴⁾ 代表値すべてにかかる特徴とは，平均値や中央値，最頻値の個々の統計量いずれか一つの特徴を挙げたものではなく，すべての統計量の特徴を一括に持つものとして記述された内容を対象としている。個々に挙げた場合は，該当する代表値のいずれかの特徴で平均値を捉えているものとしてカテゴライズしている。

⁵⁾ 具体的には，現実の出来事への洞察力の欠如を指している。

⁶⁾ 本研究は小標本を対象とした事例的な教育調査であり，想定される母集団に対する標本の代表性は十分に保証されるものでないため，結果の一般化には限界がある。しかしながら，本研究が対象としている「文科系学生」が学義通りの人文学・社会科学系学部の学生ではなく，算数や数学（あるいは理科，一部は情報を含む）を不得手とするいわゆる「文科系学生」（cf. 河内，2008）であることを考えれば，本研究の結果が示唆する知見には一考の余地があると思われる。

引用文献

- 河内和直（2008）。「文科系学生」の特性を探る —その素朴概念と自己概念の構造からのアプローチ—，文京学院大学人間学部研究紀要，**10**（1），255-264。
- 河内和直（2009a）。「文科系学生」における数量認識の検討 —「理科系学生」との比較から—，学校法人昌賢学園論集，**7**，203-212。
- 河内和直（2009b）．統計教育の果たすべき役割 —科学リテラシー教育としての統計教育—，科学教育研究，**33**（3），292-293。
- 河内和直（2009c）．学生ニーズに基づいた統計教育の実践 —「ニーズの充足」の直接効果の検討—，文京学院大学人間学部研究紀要，**11**（1），233-243。
- 楠木成雄（2009）．日本の高校の数学教育について，統計数理研究所・統計関連学会連合統計教育推進委員会（主催）・全国統計教育研究協議会（後援）統計教育シンポジウム講演資料ならびに当講演より。
- 文部科学省（1998）．小学校学習指導要領。
- 文部科学省（2008a）．小学校学習指導要領。
- 文部科学省（2008b）．中学校学習指導要領。
- 文部科学省（2009）．高等学校学習指導要領。

謝辞

本論文は，筆者が担当する統計学系の授業において行った「“平均”とは何か？考えてみよう」の授業課題とその評価に基づいております。課題の実施に際し，熱心に取り組んでくれた学生諸君に対して，

今後のさらなる授業内容の向上をもって応えたいと考える次第であります。

附 記

本論文は、日本応用心理学会・第77回大会（2010年9月12日、京都大学）において、『文科系学生におけるデータ分布と平均値の理解 —統計教育の視点から—』の論題（発表論文集 P.108）で一部報告を行ったものに、再分析を含め、河内（2009b）に基づいた論点を加える形式で論文化したものである。

（2010.10.1 受稿，2010.11.4 受理）

