経営論集　第15巻第1号　2005年　165～176頁

受注生産在庫システムの性能評価

岩　瀬　雅　治

1．はじめに

生産システムはその対象とする製品の需要形態により，注文を受けてから生産を行なう受注生産方式と需要予測等の見込みに基づいて生産する見込み生産方式に大別される。生産に必要な部品については，受注を受けた時点で既に調達されているとして生産指示を出すシステムと，納入リードタイムを考慮したシステムがある。

受注生産システムの研究として，[1]は，多工程の受注生産システムを待ち行列ネットワークと考えて性能評価を行っている。[2]は，納期の異なる複数種類の需要が到着する受注生産システムに対し，受注残の状態によって生産能力を調整するモデルについて考察している。[3]，[4]は受注残が大きい場合は外注を利用する受注生産システムの性能評価を行っている。これらは，受注を受けた時点で生産に必要な部品は調達されているとして生産指示を出すシステムである。

生産に必要な部品の発注費用と部品在庫費用を考慮した受注生産システムの研究として，[5]は，部品の在庫費用と発注費用を考慮した受注生産在庫システムに対し，擬出生死滅過程の Matrix Geometric Solution を用いた性能評価を行っている。[6]，[7]は，[5]と同様なモデルな対し，マルコフ決定過程を用いて総費用を最小化する最適な部品の発注政策について検討している。

本研究では，一般的な分布に従う製品需要を持つ受注生産在庫システムについて考える。[5]，[6]，[7]が連続時間モデルであるのに対し，本研究では離散時間モデルを考える。生産に必要な部品は補充点方式によって一定のリードタイムで納入されるとする。

本研究では，はじめに対象となる受注生産在庫システムの概要について記す。次にシステムの安定条件について言及する。そして，このシステムに対する二種類の性能評価法を記す。さらにいくつかの数値例を記し，受注生産在庫システムの特性について考察する。

2．受注生産在庫システムの概要

確率的に変動する製品需要に対する離散時間受注生産在庫システムを考える。各期における需要（注文）の発生は互いに独立で同一な分布に従うものとし，受注残は待ち行列に並び，先着順に処理されるものとする。部品の在庫管理は，補充点方式に従うものとする。すなわち，

各期首に部品在庫の補充点までの不足分が発注される。したがって第 k 期（$k=0$，1，2，…）に生産に使われた量の部品は，第 $k+1$ 期首に発注される。このため，各期首における部品の在庫と発注済みで納入前の部品の合計は常に一定である。また，部品の発注から納入までのリードタイムも一定とする。以下の記号を用いる。

D_k　：第 k 期の需要量。

I_k　：第 k 期首の部品在庫量。

J_k　：第 k 期首の受注残。

P_k　：第 k 期の生産量。

C_k　：第 k 期の生産能力。

L　：部品の納入リードタイム。

S　：部品在庫の補充点。

本論文で論ずるシステムは図１に示される。第 $k+1$ 期首の部品在庫量 I_{k+1} は，第 k 期首の部品在庫量と第 $k+1$ 期首に納入される部品 P_{k-L} の和から，第 k 期の生産量 P_k を引いた値である。従って

$$I_{k+1}=I_k+P_{k-L}-P_k \tag{1}$$

である。第 k 期の生産量 P_k は，第 k 期首の部品在庫量 I_k，第 k 期の生産能力 C_k，第 k 期首の受注残 J_k の最小値で与えられる。従って，

$$P_k=\min\{I_k,\ C_k,\ J_k\} \tag{2}$$

である。また，第 $k+1$ 期首の受注残 J_{k+1} は，第 k 期首の受注残に第 k 期の需要量 D_k を加え，第 k 期の生産量 P_k を引いたものであり，

$$J_{k+1}=J_k+D_k-P_k \tag{3}$$

となる。

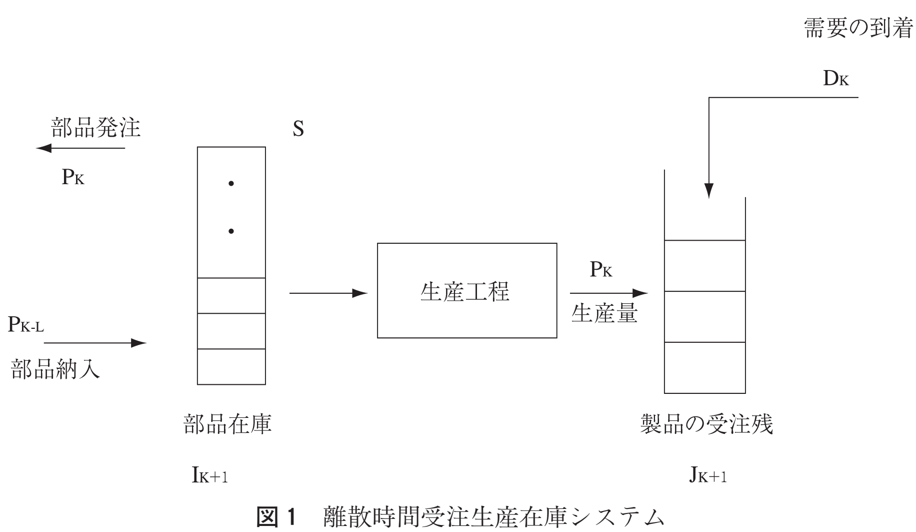

図１　離散時間受注生産在庫システム

式(１)より

$$I_k+\sum_{i=k-L}^{k-1}P_i=I_{k+1}+\sum_{i=k-L+1}^{k}P_i \tag{4}$$

が成り立つ。式(４)は，各期首における部品の在庫と発注済みで納入前の部品の合計は常に一定であることを表し，この一定値が部品在庫の補充点 S である。

$$I_k+\sum_{i=k-L}^{k-1}P_i=S \tag{5}$$

３．受注生産在庫システムの性質

(１)生産能力が一定の場合

各期の生産能力が一定値 M_0 に等しい場合,

$$N=\min\{(L+1)M_0,\ S\} \tag{6}$$

とする。確率変数xの平均を $E[x]$，分散を $\mathrm{Var}[x]$で表す。各期の需要を表す確率変数を d とする。需要分布，生産能力，部品の納入リードタイム，部品在庫の補充点によって，ａ)～ｅ)のように場合分けを行う。

ａ)　$\mathrm{Var}(d)>0,\ \min\left\{M_0,\ \dfrac{S}{L+1}\right\}>E[d]$

ｂ)　$\mathrm{Var}(d)=0,\ \min\left\{M_0,\ \dfrac{S}{L+1}\right\}>E[d]$

ｃ)　$\mathrm{Var}(d)=0,\ \min\left\{M_0,\ \dfrac{S}{L+1}\right\}=E[d]$

ｄ)　$\mathrm{Var}(d)>0,\ \min\left\{M_0,\ \dfrac{S}{L+1}\right\}\leqq E[d]$

ｅ)　$\mathrm{Var}(d)=0,\ \min\left\{M_0,\ \dfrac{S}{L+1}\right\}<E[d]$

受注残 J_k の $k\to+\infty$の状態について，定理１が成り立つ。定理１の証明は[８]，[９]に与えられている。

定理１

ｉ)　条件ａ)が成立つ場合，確率変数 J_∞ が存在し任意の $y\geqq0$ に対し，

$$\lim_{k\to+\infty}\Pr\{J_k\leqq y\}=\Pr\{J_\infty\leqq y\}$$

である。すなわち，$k\to+\infty$のとき，J_k は J_∞ に法則収束する。

ii)　条件ｂ)が成り立つ場合，確率１で

$$\lim_{k\to+\infty}J_k=E[d]$$

である。

iii)　条件ｃ)が成立つ場合，次式が成立し，$\{J_k\}(k=L+1,\ L+2,\ \cdots)$ は周期 $L+1$ の値をとる。

$$J_{n(L+1)+i}=\max\{J_i,\ E[d]\}, \qquad n=1,2,\cdots,\ 0\leqq i\leqq L$$

iv)　条件ｄ)またはｅ)が成立つ場合，J_k は $k\to+\infty$ のとき確率１で $+\infty$ に発散する。

定理１より，安定条件はａ)，ｂ)，ｃ)で与えられ，ａ)，ｂ)のとき J_k は $k\to+\infty$ で定常状態に収束する。

(２)生産能力が変動する場合

各期の生産能力は互いに独立で同一な分布に従うものとする。１期間の生産能力を表す確率変数を c とし，c の最大値を M_0 とする。式(2)より，P_k が z である確率 $\Pr(P_k=z)$ は

$$\Pr(P_k=z)=\Pr(c=z) \qquad \text{if} \quad 0\leq z<\min\{I_k,\ J_k\} \tag{6}$$

$$\Pr(P_k=z)=\sum_{w=z}^{M_0}\Pr(c=z) \qquad \text{if} \quad z=\min\{I_k,\ J_k\} \tag{7}$$

で表される。生産能力が期によって変動する場合，生産能力のばらつきが影響するため，システムの安定条件は定理１では表せない。システムが安定になるための必要条件は，次の定理２で与えられる。定理２は，大数の法則（[10]）を用いて示すことができる。

定理２

$\delta_0=\min\{x|\Pr(d=x)>0\}$ とする。$\mathrm{Var}(d)>0$ のとき，受注生産在庫システムが安定になるためには $\delta_0<M_0$ 及び $(L+1)\delta_0<S$ が必要である。

４．受注生産在庫システムの性能評価

(１)性能評価の指標

定常状態における部品在庫量を I_∞，１期間の生産量を P_∞，受注残を J_∞ とする。費用構造として部品在庫費用と注文の遅れ（発注してから製品を受け取るまでの遅れ）費用を考慮するものとし，C_1 を１期間１部品当たりの部品在庫費用，C_2 を１期間１製品当たりの注文遅れ費用とおく。１期間当たりの平均部品在庫費用は $C_1E\left[I_\infty-\frac{1}{2}P_\infty\right]$，１期間当たりの注文の平均遅れ費用は $C_2E[J_\infty]$ で与えられる。従って定常状態に於ける１期間当たりの平均総費用 $A(S)$ は，

$$A(S)=C_1E\left[I_\infty-\frac{1}{2}P_\infty\right]+C_2E[J_\infty] \tag{8}$$

で与えられる。

式(３)，(５)より，

$E[P_\infty]=E[d]$

$E[I_\infty]=S-LE[d]$

であるため，式(8)より，1期間当たりの平均総費用 $A(S)$ は，

$$A(S)=C_1\left(S-\left(L+\frac{1}{2}\right)E[d]\right)+C_2E[J_\infty] \tag{9}$$

で与えられる。

(2)生産能力が一定の場合

生産能力が一定の離散時間生産在庫システムに対して，[11]，[12]は確率母関数を使った性能評価を行なっている。[11]は，外注かんばんを用いたJIT生産システムを解析し，[12]は，外注かんばんと生産指示かんばんを用いたJIT生産システムを解析している。本研究の受注生産在庫システムに対しても，これら見込み生産在庫システムに対する解法を次のように適用できる。

1期の生産能力が一定値 M_0 に等しいとし，3．(1)の条件a)が成り立つとする。定理1 i)と式(3)，(5)より，法則収束の意味で，$\lim_{k\to+\infty} I_k=I_\infty$，$\lim_{k\to+\infty} P_k=P_\infty$ が成り立つ。各期の需要の確率母関数を $D(z)$ で表し，J_∞ の確率母関数を $X(z)$ とおく。負でない整数 m，ν を，$N=mM_0-\nu$，$0\leqq\nu\leqq M_0-1$ を満たすように定める。定理3が成り立つ。定理3の証明は[8]，[9]に与えられている。

定理3

$$X(z)=(z^{M_0-v}D(z)^m\sum_{i=0}^{M_0-v-1}\sum_{j=0}^{M_0-v-1-i}(1-z^{i+j-M_0+v})\mathrm{P}_r\{Y(0)=i\}\mathrm{P}_r\{\sum_{k=1}^{L-m+1}D_k=j\}$$
$$+\sum_{k=1}^{m-1}z^{(k+1)M_0-v}D(z)^{m-k}\sum_{i=0}^{M_0-1}\sum_{j=0}^{M_0-1-i}(1-z^{i+j-M_0})\Pr\{Y(k)=i\}\Pr\{D_{L+1-m+k}=j\})/$$
$$(z^N-D(z)^{L+1}) \tag{10}$$

式(10)において，

$$Y(0)=J_\infty,$$
$$Y(1)=[Y(0)+\sum_{i=1}^{L-m+1}D_i-M_0+\nu]^+$$
$$Y(k)=[Y(k-1)+D_{L+k-m}-M_0]^+,\ 2\leqq k\leqq m-1 \tag{11}$$

とする。記号 $[x]^+$ は，$[x]^+=\max\{x,0\}$ を表す。

定理3により，生産能力が一定の場合の性能評価アルゴリズムを以下のように記すことができ

る。

Step 1： $N=\min\{(L+1)M_0, S\}$ とする。

Step 2： 式(10)の分子を$\alpha(z)$，分母を$\beta(z)$とする。
$\beta(z)=z^N-D(z)^{L+1}=0$ の $|z|\leqq 1$ をみたす複素数解 z_1，…，z_{N-1}，$z_N=1$ をニュートン法等によって求める。

Step 3： 負でない整数 m，νを，$N=mM_0-\nu$，$0\leqq\nu\leqq M_0-1$ を満たすように定める。
$\Pr\{Y(0)=i\}$，$0\leqq i\leqq M_0-\nu-1$ と $\Pr\{Y(k)=i\}$，$1\leqq k\leqq m-1$，$0\leqq i\leqq M_0-1$ を未知変数とする次の連立一次方程式を解く。
$\alpha'(1)=\beta'(1)$ and $\alpha(z_n)=0$，$1\leqq n\leqq N-1$

Step 4： ロピタルの定理より，$E[J_\infty]$を次式により計算する。
$$E[J_\infty]=\frac{\alpha''(1)-\beta''(1)}{2\beta'(1)}$$

Step 5： 式(9)によって $A(S)$を計算する。

安定条件 a)を仮定すると，$S\geqq[(L+1)E[d]]+1$ が成り立つ。ここで[ ]はガウス記号である。また，$S\geqq M_0(L+1)$の場合，式(8)より $N=M_0(L+1)$であり S の増分は生産に使われることはなく，１期当たりの平均総費用 $A(S)$は，S の増加に伴い単調に増加する。故に $A(S)$を最小にする部品在庫の最適補充点 S^* は，$[(L+1)E[d]]+1\leqq S^*\leqq M_0(L+1)$をみたす。

(3)生産能力が変動する場合

生産能力が変動する場合，確率母関数を使った性能評価法をそのまま適用することはできない。しかし，受注生産在庫システムの状態推移を表すマルコフ連鎖を以下のように定めることができる。

第 k 期首の状態を表す $L+2$ 次元ベクトル $X_k=(x_1,\cdots,x_{L+2})$を(12)～(14)で定める。

$$x_i=P_{k-i},\quad 1\leq i\leq L \tag{12}$$

$$x_{L+1}=I_k \tag{13}$$

$$x_{L+2}=J_k \tag{14}$$

式(5)，(12)，(13)より

$$\sum_{i=1}^{L+1}x_i=S \tag{15}$$

$$0\leq x_i\leq M_0,\quad 1\leq i\leq L \tag{16}$$

が成り立つ。

X_k は，第 k 期首における発注済みで未納の部品$x_1,\cdots,x_L$ と部品在庫量x_{L+1}，製品の受注残x_{L+2} から構成される $L+2$ 次元ベクトルである。状態空間 T を

$$T=\{(x_1,\cdots,x_{L+2})|0\leq x_i\leq M_0(1\leq i\leq L),0\leq x_{L+1},\sum_{i=1}^{L+1}x_i=S,0\leq x_{L+2}\}$$

とする。$\{X_n\}$ は T 上のマルコフ連鎖と考えられる。状態空間 T を，製品の受注残の範囲によって，以下のように状態数が等しく共通部分を持たない可算個の部分集合 level$i(i\geq 0)$ に分割する。

$$\text{level } i=\{(x_1, \cdots, x_{L+2})|0\leq x_i\leq M_0(1\leq i\leq L), 0\leq x_{L+1}, \sum_{i=1}^{L+1}x_i=S, iM_0\leq x_{L+2}<(i+1)M_0\}$$

各 level の状態数は同一である。この共通の状態数を m とする。level 0 の状態を一定の順序で並べ，$a_{0,1}$，$\cdots a_{0,m}$ とする。level 0 の k 番目の状態 $a_{0,k}=(x_1^k, \cdots, x_{L+2}^k)\in$level 0 に対する level $i(i\geq 1)$ の k 番目の状態 $a_{i,k}=(y_1^k, \cdots, y_{L+2}^k)$ を次のように定める。

$$y_j^k=x_j^k, \quad 1\leq j\leq L+1 \tag{17}$$

$$y_{L+2}^k=x_{L+2}^k+iM_0 \tag{18}$$

T の状態を，level の昇順に並べ，level i においては，$a_{i,1}$，$\cdots a_{i,m}$ と並べることで，T のすべての状態を一列に並べることができる。T の状態について，上記の並べ方に対する $\{X_n\}$ の推移確率行列を P とする。X_n が与えられたときの X_{n+1} の条件付き確率を，下記のように(a)と(b)の場合に分けて記すことができる。

（a） $a_{0,j}=(x_1^j, \cdots, x_{L+1}^j, x_{L+2}^j)\in$level 0, $a_{i,l}=(x_1^l, \cdots, x_{L+1}^l, x_{L+2}^l+iM_0)\in$level i の場合

$$\begin{aligned}&\Pr(X_{n+1}=a_{i,l}|X_n=a_{0,j})=\mathrm{gc}(x_1^l)\mathrm{gd}(x_{L+2}^l+iM_0-x_{L+2}^j+x_1^l)\\&\text{if}\quad 0\leq x_1^l<\min\{x_{L+1}^j, x_{L+2}^j\} \quad \text{and}\\&\qquad x_t^l=x_{t-1}^j, \ 2\leq t\leq L \quad \text{and}\\&\qquad x_{L+1}^l=x_{L+1}^j+x_L^j-x_1^l \quad \text{and}\\&\qquad x_{L+2}^l+iM_0-x_{L+2}^j+x_1^l\geq 0\end{aligned} \tag{19}$$

$$\begin{aligned}&\Pr(X_{n+1}=a_{i,l}|X_n=a_{0,j})=\sum_{w=x_1^l}^{M_0}\mathrm{gc}(w)\mathrm{gd}(x_{L+2}^l+iM_0-x_{L+2}^j+x_1^l)\\&\text{if}\quad x_1^l=\min\{x_{L+1}^j, x_{L+2}^j\} \quad \text{and}\\&\qquad x_t^l=x_{t-1}^j, \ 2\leq t\leq L \quad \text{and}\\&\qquad x_{L+1}^l=x_{L+1}^j+x_L^j-x_1^l \quad \text{and}\\&\qquad x_{L+2}^l+iM_0-x_{L+2}^j+x_1^l\geq 0\end{aligned} \tag{20}$$

$$\Pr(X_{n+1}=a_{i,l}|X_n=a_{0,j})=0 \quad \text{otherwise} \tag{21}$$

（b） $a_{i,j}=(x_1^j, \cdots, x_{L+1}^j, x_{L+2}^j+iM_0)\in$level i,
$a_{i+k,l}=(x_1^l, \cdots, x_{L+1}^l, x_{L+2}^l+(i+k)M_0)\in$level $i+k$
の場合$(i\geq 1, \ k\geq -1)$

$$\Pr(X_{n+1}=a_{i+k,l}|X_n=a_{i,j})=\mathrm{gc}(x_1^l)\,\mathrm{gd}(x_{L+2}^l+kM_0-x_{L+2}^j+x_1^l)$$
$$\begin{array}{lll} \text{if} & 0\leq x_1^l<x_{L+1}^j & \text{and} \\ & x_t^l=x_{t-1}^j,\ 2\leq t\leq L & \text{and} \\ & x_{L+1}^l=x_{L+1}^j+x_L^j-x_1^l & \text{and} \\ & x_{L+2}^l+kM_0-x_{L+2}^j+x_1^l\geq 0 & \end{array} \tag{22}$$

$$\Pr(X_{n+1}=a_{i+k,l}|X_n=a_{i,j})=\sum_{w=x_1^l}^{M_0}\mathrm{gc}(w)\,\mathrm{gd}(x_{L+2}^l+kM_0-x_{L+2}^j+x_1^l)$$
$$\begin{array}{lll} \text{if} & x_1^l=x_{L+1}^j & \text{and} \\ & x_t^l=x_{t-1}^j,\ 2\leq t\leq L & \text{and} \\ & x_{L+1}^l=x_{L+1}^j+x_L^j-x_1^l & \text{and} \\ & x_{L+2}^l+kM_0-x_{L+2}^j+x_1^l\geq 0 & \end{array} \tag{23}$$

$$\Pr(X_{n+1}=a_{i+k,l}|X_n=a_{i,j})=0 \quad \text{otherwise} \tag{24}$$

式(22)～(24)より，$\Pr(X_{n+1}=a_{i+k,l}|X_n=a_{i,j})$は，$i\geq 1$ の場合，i に無関係に$(k,\ j,\ l)$によって定まる。各期の生産量は M_0 以下であるから，$x\in$level $i\,(i\geq 1)$に対し $\Pr(X_{n+1}=y|X_n=x)>0$ をみたすyは $\bigcup_{j=i-1}^{\infty}$ level j に含まれる。故に，推移確率行列 P は次の形に表せる。

$$P=\begin{bmatrix} B_0 & B_1 & B_2 & B_3 & \cdots \\ A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & \cdots \\ 0 & A_0 & A_1 & A_2 & \cdots \\ 0 & 0 & A_0 & A_1 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \ddots \end{bmatrix} \tag{25}$$

式(25)で，各 B_i 及び A_i は $m\times m$ 行列である。B_i は level 0 から level $i\,(i\geq 0)$への状態推移を表す。A_i は level k から level $k+i-1$ $(k\geq 1, i\geq 0)$への状態推移を表す。つまり，$\{X_n\}$ は Neuts の M/G/1型マルコフ連鎖（[13]）になる。$e_\infty=(1,\ 1,\ \cdots)$とすれば，

$$\pi P=\pi \tag{26}$$
$$\pi^t e_\infty=1 \tag{27}$$

をみたす非負ベクトルπが $\{X_n\}$ の定常分布となる。定常分布πに対し，π_i を m 次元ベクトルとし，$\pi=(\pi_i)\,(0\leq i)$，$\pi_i=(\pi_{i,j})\,(1\leq j\leq m)$とする。level 0 の j 番目の状態 $a_{0,j}$ を，$a_{0,j}=(x_1^j,\ \cdots,\ x_{L+1}^j,\ x_{L+2}^j)$と表す。$h=(x_{L+2}^1,\ \cdots,\ x_{L+2}^m)$とする。定常状態における期首の平均受注残 $E(J_\infty)$は，

$$E(J_\infty)=\sum_{i=0}^{\infty}\sum_{j=1}^{m}\pi_{i,j}(x_{L+2}^j+iM_0) \tag{28}$$

で与えられる。

$$r=\sum_{i=1}^{\infty} i\pi_i{}^t e_m \tag{29}$$

$$p=\sum_{i=0}^{\infty} \pi_i \tag{30}$$

とすれば $E(J_\infty)$ は，

$$E(J_\infty)=M_0 r+p^t h \tag{31}$$

と表すことができる。

式(29)と式(30)に記した r と p は，行列解析アルゴリズム([13]，[14])を基にして求めることができる。r と p が得られれば式(9)と式(31)を使って生産能力が変動する場合の性能評価を行なうことができる。4(2)の確率母関数を用いた性能評価法では，計算時間の大部分は未知変数の個数 $N=\min\{(L+1)M_0,\ S\}$ 個の連立一次方程式を一回解くことであるのに対し，行列解析アルゴリズムを使ったこの性能評価法では，各 level の状態数 m に対し，$m\times m$ 正方行列の繰り返し演算が必要になる。必要な演算数は各 level の状態数 m と $E(J_\infty)$ の増加に伴い急速に増大するため，この性能評価法では，確率母関数を用いた方法に比較して実際に計算可能な問題の規模はかなり限定される。

5．数値例

(1)確率母関数を使った性能評価

1期の生産能力 $C=10$，各期の需要 d は平均7のポアソン分布に従い，リードタイム $L=4$，$C_1=2$，$C_2=10$ とおく。定理2 i)，iv)より，安定条件は $S>35$ である。部品在庫の補充点 S を変化させたときの平衡状態における1期間当たりの平均部品在庫費用，注文の平均遅れ費用，平均総費用を図2に記した。図2は，部品在庫の補充点 S の増加に伴い注文の平均

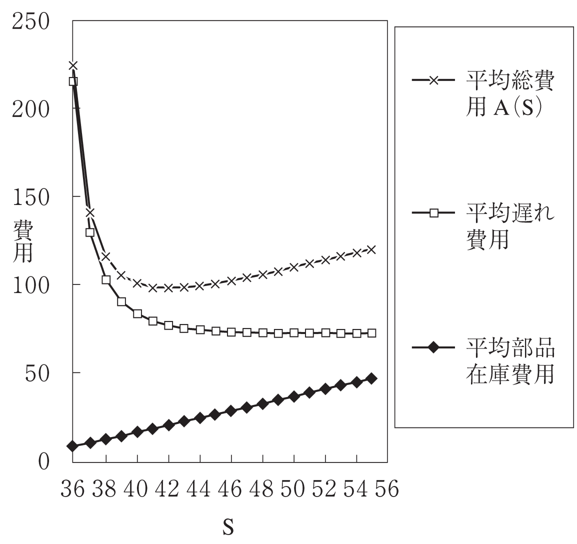

図2 諸費用の変化

遅れ費用は $S=36$ から $S=50$ までは単調に減少し，$S=50$ 以上では一定の値をとること，１期間当たりの平均総費用は部品在庫の補充点 S の凸関数であることを示す。$S=50$ 以上で注文の平均遅れ費用が一定になることは，$S=50$ 以上では N の値が一定値50となり，生産に使われない余分な部品在庫が生じることに対応している。図２は，１期間当たりの平均総費用 $A(S)$ が最小になる $S=42$ が部品在庫の最適補充点であることを示している。

（２）行列解析法を使った性能評価

１期の需要量 d は平均２のポアソン分布に従うとし，部品の納入リードタイム $L=2$，１期間の生産可能量の最大値 $M_0=4$ とする。e を，１期間の生産能力低下の程度を表す $0 \leq e < 1$ をみたす定数とし，一期の生産能力 c の確率分布は，

$$\Pr(c=i)=\frac{e}{M_0},\quad 0 \leq i \leq M_0-1$$

$$\Pr(c=M_0)=\frac{1-e}{M_0}$$

で与えられるとする。図３に部品在庫の補充点 S が変化するときの平均受注残 $E(J_\infty)$ の値を示した。図４に $C_1=10$，$C_2=80$ の場合に部品在庫の補充点 S が変化するときの一期当たりの平均総費用を示した。表１に e の各々の値に対して一期当たりの平均総費用 $A(S)$ を最小にする部品の最適補充点 S^* とその場合の平均総費用 $A(S^*)$ を示した。図３は部品在庫の補充点 $S \leq 12$ では，S の増加に伴い $E(J_\infty)$ は単調に減少し，$S \geq 12$ では $E(J_\infty)$ は一定になることを表し

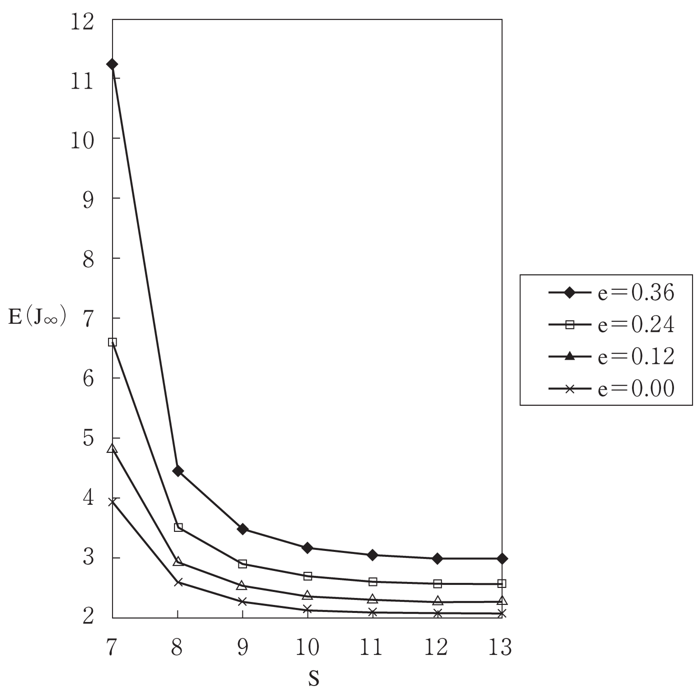

図３　平均受注残 $E(J_\infty)$ の変化

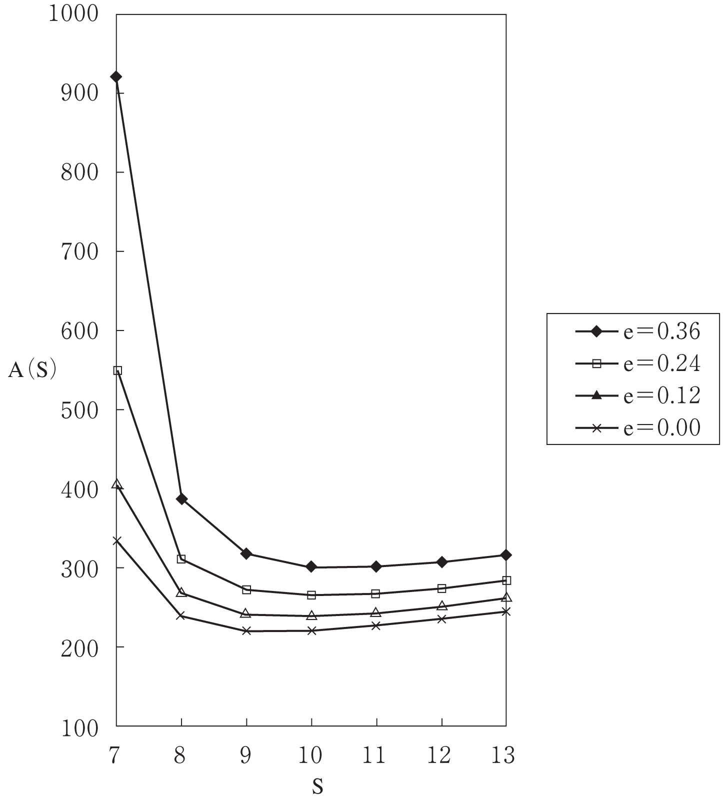

図4　平均総費用 $A(S)$ の変化

表1　部品在庫の最適補充点と平均総費用

e	0.00	0.12	0.24	0.36	0.48
部品在庫の最適補充点　S^*	9	10	10	10	11
平均総費用　$A(S^*)$	222.06	240.55	265.73	304.07	364.69

ている。$S \geq 12$ で $E(J_\infty)$ が一定になることは，定常状態では $S \geq 12$ の場合，常に部品在庫量が生産可能量の最大値 M_0 以上であり，S の増加が $E(J_\infty)$ を減少させる効果を持たないことを示す。図3，図4は，e の減少に伴い $E(J_\infty)$ と $A(S)$ が減少することを表し，生産能力を高めることにより，平均受注残と平均総費用が減少することを示している。表1は e の減少により S^* と $A(S^*)$ が減少することを表し，生産能力を高めることで，部品在庫の最適補充点とその場合の平均総費用を小さくできることを示している。

6．結言

本論文では，一般的な分布に従う製品需要を持つ離散時間受注生産在庫システムについて考えた。部品に対する在庫管理は，補充点方式に従うものとして，システムの安定条件について

考察した。そして，需要分布，生産能力，部品の納入リードタイム，部品在庫の補充点が与えられたとき，１期間当たりの平均総費用，平均受注残，平均部品在庫量を得るための性能評価法を示した。その方法は確率母関数を用いるものと行列解析法によるものである。これらの性能評価法を使ったいくつかの数値例を示した。数値例により，部品在庫の補充点は諸費用に大きな影響を与え，１期間当たりの平均総費用は部品在庫の補充点の凸関数になること，生産能力の減少によって部品在庫の最適補充点と１期間当たりの最小平均総費用が増加することが解析された。

実際の生産工程では，複数の部品が投入され，しかもそれらが異なる納入リードタイムを持つことが多い。これらの場合に対しても，今後考察をすすめていきたい。

参考文献

[１] Souza, G. C. and Ketzenberg, M. E. : “Two-stage make-to-order remanufacturing with service-level constraints”, Int. J. Prod. Res., 40, 2, pp. 477-493（2002）

[２] Dellaert, N. P. and Melo, M. T. : “Make-to-order policies for a stochastic lot-sizing problem using overtime”, Int. J. Production Economics, 56, pp. 79-97（1998）

[３] Bertrand, J. W. M. and Sridharan, V. : “A study of simple rules for subcontracting in make-to-order manufacturing”, European Journal of Operational Research, 128, pp. 509-531（2001）

[４] Hasan Arslan, Hayriye Ayhan and Tava Lennon Olsen:“Analytic models for when and how to expedite in make-to-order system”, IIE Transactions, 33, pp. 1019-1029（2001）

[５] He, Q.-M. and Jewkes, E. M. : “Performance measures of a make-to-order inventory-production system”, IIE Transaction, 32, pp. 409-419（2000）

[６] He, Q.-M., Jewkes, E. M, Buzacott, J. A. :“Optimal and near-optimal inventory control policies for a make-to-order inventory-production system”, European Journal of Operational Research, 141, pp. 113-132（2002）

[７] He, Q.-M., Jewkes, E. M., Buzacott, J. A. :“The value of information used in inventory control of a make-to-order inventory-production system”, IIE Transactions, 34, pp. 999-1013（2002）

[８] 岩瀬雅治，大野勝久：“受注生産在庫システムの最適化”，待ち行列シンポジウム「確率モデルとその応用」報文集，pp. 295-304（2003）

[９] 岩瀬雅治，大野勝久：“一般分布に従う製品需要を持つ受注生産在庫システムの解析”，日本経営工学会論文誌，54，５，pp. 333-341（2003）

[10] 伊藤清：“確率論”，岩波書店，(1953)

[11] 大野勝久，小島貢利，松本雅人，中嶋健一：“JIT 生産システムにおける引き取り周期を考慮した外注かんばんシステムの最適化”，日本経営工学会誌，Vol.45，6，pp. 505-513(1995)

[12] Ohno, K. , Nakashima, K., and Kojima, M.:“Optimal numbers of two kinds of kanbans in a JIT production system”, Int. J. Prod. Res. , Vol. 33, 5, pp. 1387-1401（1995）

[13] Neuts, M. F. :“Structured Stochastic Matrices of M/G/1 Type and Their Applications”, Marcel Dekker（1989）

[14] Ramaswani, V. :“A Stable Recursion for the Steady State Vector in Markov Chains of M/G/1 Type”, Stochastic Models, 4, 1, pp. 183-188（1988）